

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **5** までの 5 問がある。出願時の申告に従って次の通り計 4 問を選択し、解答しなさい。

「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は、**1**、**2**、**3**、**4** の 4 問を解答すること。

「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は、**1**、**2**、**3**、**5** の 4 問を解答すること。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	1 、 2 、 3 、 4
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	1 、 2 、 3 、 5

3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお、「**4** または **5**」と印刷されている解答用紙については、選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

- (1) ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 + \cdots + {}_{10}C_{10}$ を計算せよ。
- (2) 不等式 $\log_3(\log_2(x-1) + \log_2(x-3)) < 1$ を満たす x の範囲を求めよ。
- (3) $a = 1058$, $b = 2024$ とするとき, a と b の最大公約数を求めよ。さらに,
次の 2 つの条件を満たす a の約数 a' および b の約数 b' を求めよ。
- ・ a' と b' は互いに素である。
 - ・ a' と b' の積は a と b の最小公倍数に等しい。

2 座標平面の原点を O とし、3 点 $A(-2, 1)$, $B(2, 4)$, $C(1, 23)$ をとる。

次の問いに答えよ。

(1) 線分 OC が線分 AB と交わる点を P とするとき、ベクトル $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(2) s, t を実数とし、点 Q が次の条件を満たしながら動くとき、点 Q の存在範囲を求め図示せよ。

$$\overrightarrow{OQ} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, \quad 0 \leq s + 2t \leq 1, \quad s \geq 0, \quad t \geq 0$$

(3) $a_1 = 1$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の階差数列が初項 4、公比 2 の等比数列であるとき、 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 点 R_n を $\overrightarrow{OR_n} = \frac{1}{a_n}\overrightarrow{OC}$ と表される点としたとき、 R_n が (2) で求めた点 Q の存在範囲に含まれる最小の自然数 n を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 以下の 3 進法で表された数を, 10 進法で表せ。

$121_{(3)}$

- (2) 以下の 8 進法で表された数を, 2 進法で表せ。

$1357_{(8)}$

- (3) 3 進法で表すと 3 桁となる正の整数で, 最も大きな数を 2 進法で表せ。また, 3 進法で表すと 3 桁となり 2 進法で表すと 5 桁となる正の整数は全部で何個あるかを 10 進法で表せ。

次の2問[4]，[5]のうちから，表紙の注意事項2．に指示されているように出願時の申告に従って次の通り1問を選択し，解答せよ。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	[4]
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	[5]

4 関数

$$f(x) = 2x(x^2 - 3x + 2)$$

について，次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) m を定数とする。曲線 $y = f(x)$ に点 $(0, m)$ から引くことができる接線の本数を求めよ。

5 関数

$$f(x) = \int_0^x (x^2 - t^2) \cos t \, dt$$

について，次の問いに答えよ。

- (1) $f(2\pi)$ の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ を微分せよ。
- (3) 区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ における関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。