

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **5** までの 5 問がある。出願時の申告に従って次の通り計 4 問を選択し、解答しなさい。

「数Ⅰ・Ⅱ・A・B・C」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は、**1**、**2**、**3**、**4** の 4 問を解答すること。

「数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は、**1**、**2**、**3**、**5** の 4 問を解答すること。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・Ⅱ・A・B・C	数学	1 、 2 、 3 、 4
数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C	数学(Ⅲを含む)	1 、 2 、 3 、 5

3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお、「**4** または **5**」と印刷されている解答用紙については、選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $x^2 - 7x + 9 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき,

$\frac{2\beta}{\alpha} + \frac{2\alpha}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta}$ の値, および $(\alpha^3 + 8)(\beta^3 + 8)$ の値を求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^n (3k^2 - 3k + 1)$ を求めよ。

(3) $a = \log_2 3$ とするとき, 4^a の値, および 32^a の値を求めよ。さらに,

$\frac{3}{2} < a < \frac{8}{5}$ であることを示せ。

2

3点 A, B, C は点 O を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の円の周上にあり,

$$17\overrightarrow{OA} + 8\overrightarrow{OB} + 15\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(2) $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ の面積をそれぞれ求めよ。

3 50本のくじがあり、そのうち当たりくじは15本、はずれくじは35本とする。この50本のくじのうち m 本を箱 A に入れ、残りの $(50 - m)$ 本を箱 B に入れる。このとき箱 A に入っている当たりくじの本数を n とする。

コインを1枚投げ、表が出たら箱 A からくじを1本引き、裏が出たら箱 B からくじを1本引くことにする。この試行により当たりくじを引く確率を $P(m, n)$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、コインを1枚投げたとき、表と裏はどちらも $\frac{1}{2}$ の確率で出るものとする。

(1) $0 \leq n \leq 15$ を満たす整数 n のうち、 $P(20, n)$ の値を最大にする n を求めよ。

(2) $15 \leq m \leq 35$ かつ $0 \leq n \leq 15$ を満たしながら整数 m, n が動くとき、 $P(m, n)$ の最大値を求めよ。

(3) $1 \leq m < 15$ かつ $0 \leq n \leq m$ を満たしながら整数 m, n が動くとき、 $P(m, n)$ の最大値を求めよ。

次の2問[4]、[5]のうちから、表紙の注意事項2.に指示されているように出願時の申告に従って次の通り1問を選択し、解答せよ。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・Ⅱ・A・B・C	数学	[4]
数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C	数学(Ⅲを含む)	[5]

4 3点 $(0, 1)$ 、 $(3, -5)$ 、 $(-3, 25)$ を通り、対称軸が y 軸と平行である放物線を C する。放物線 C に接し、かつ曲線 $y = x^3 - 3x$ にも接する直線を ℓ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C の方程式を求めよ。
- (2) 直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) 直線 ℓ と放物線 $y = -x^2 - x + 3$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

5 曲線 $y = \frac{x}{e^x}$ を C とし、曲線 C の変曲点における接線を ℓ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の変曲点の座標を求めよ。
- (2) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 C と接線 ℓ と y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。