

数 学

学 科(クラス)	配 点
理工学科(化学クラス)	50 点
理工学科(数理・物理クラス, 材料科学クラス, 電気電子・情報通信クラス, 機械知能航空クラス, 社会基盤・環境工学クラス, データサイエンス応用オープンクラス)	300 点
理工学科(情報系クラス)	400 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、1 から 5 までの計 5 問です。1 から 5 までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は、1 から 5 までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は、計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は、紙面の中央に印刷された縦線によって、左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は、まず用紙の左側の部分に書き、それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後、問題冊子、解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

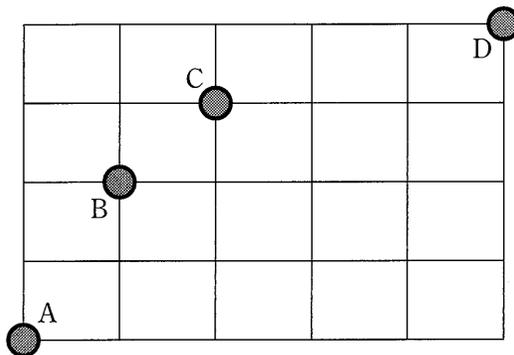
(1) $z^2 = i$ となる複素数 z を求めよ。ただし、 i は虚数単位である。

(2) 次の3つの数を大きいほうから並べよ。

$$2^{100}, 3^{75}, 5^{50}$$

(3) 座標平面上の2直線 $l_1: x - 2y - 3 = 0$, $l_2: mx + y + 1 = 0$ が点 P で交わっている。この点 P を中心とし半径が r の円を C とする。円 C と直線 l_1 の2交点を A, A' とし、円 C と直線 l_2 の2交点を B, B' とする。四角形 $ABA'B'$ の面積が $2r^2$ のとき、定数 m の値を求めよ。

2 図のような道がある。次の場合の最短経路は何通りあるか。



- (1) A から D まで行く。
- (2) A から B を通って D まで行く。
- (3) A から B を通らずに D まで行く。
- (4) A から B と C を通って D まで行く。

3 $\triangle ABC$ の外接円の中心を P とし、 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CP} = \vec{p}$ とする。
 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ であるとき、次の問いに答えよ。

(1) 辺 CA の中点を D , 辺 CB の中点を E とする。 \overrightarrow{DP} を \vec{a} と \vec{p} を用いて、 \overrightarrow{EP} を \vec{b} と \vec{p} を用いてそれぞれ表せ。

(2) \vec{p} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

(3) $|\vec{p}|$ の値を求めよ。

(4) 辺 AB と直線 CP の交点を F とするとき、 $\frac{FB}{AF}$ の値を求めよ。

4 等差数列 $\{a_n\}$ は、数列 $\{b_n\}$ の階差数列であるとする。数列 $\{a_n\}$ の初項から第 15 項までの和が 375 であり、第 22 項から第 26 項までの和が 285 である。数列 $\{b_n\}$ の初項が $b_1 = 5$ であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の第 11 項から第 100 項までの和を求めよ。

5 自然数 n に対して, $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^{2n} x dx$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a_1 を求めよ。

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^{2n} x}{\cos^2 x} dx$ を求めよ。

(3) a_{n+1} を a_n と n の式で表せ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(5) $1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ を求めよ。