

# 数 学

| 学 科(クラス)                                                                          | 配 点   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 理工学科(化学クラス)                                                                       | 50 点  |
| 理工学科(数理・物理クラス, 材料科学クラス, 電気電子・情報通信クラス, 機械知能航空クラス, 社会基盤・環境工学クラス, データサイエンス応用オープンクラス) | 300 点 |
| 理工学科(情報系クラス)                                                                      | 400 点 |

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **5** までの計 5 問です。**1** から **5** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は、**1** から **5** までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は、計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は、紙面の中央に印刷された縦線によって、左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は、まず用紙の左側の部分に書き、それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後、問題冊子、解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

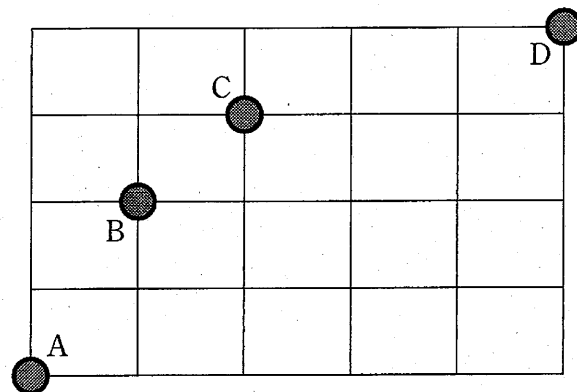
(1)  $z^2 = i$  となる複素数  $z$  を求めよ。ただし、 $i$  は虚数単位である。

(2) 次の3つの数を大きいほうから並べよ。

$$2^{100}, 3^{75}, 5^{50}$$

(3) 座標平面上の2直線  $\ell_1: x - 2y - 3 = 0$ ,  $\ell_2: mx + y + 1 = 0$  が点  $P$  で交わっている。この点  $P$  を中心とし半径が  $r$  の円を  $C$  とする。円  $C$  と直線  $\ell_1$  の2交点を  $A, A'$  とし、円  $C$  と直線  $\ell_2$  の2交点を  $B, B'$  とする。四角形  $ABA'B'$  の面積が  $2r^2$  のとき、定数  $m$  の値を求めよ。

**2** 図のような道がある。次の場合の最短経路は何通りあるか。



- (1) A から D まで行く。
- (2) A から B を通って D まで行く。
- (3) A から B を通らずに D まで行く。
- (4) A から B と C を通って D まで行く。

**3**  $\triangle ABC$  の外接円の中心を  $P$  とし、 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CP} = \vec{p}$  とする。

$|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$  であるとき、次の問いに答えよ。

(1) 辺  $CA$  の中点を  $D$ , 辺  $CB$  の中点を  $E$  とする。 $\overrightarrow{DP}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{p}$  を用いて、 $\overrightarrow{EP}$  を  $\vec{b}$  と  $\vec{p}$  を用いてそれぞれ表せ。

(2)  $\vec{p}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  を用いて表せ。

(3)  $|\vec{p}|$  の値を求めよ。

(4) 辺  $AB$  と直線  $CP$  の交点を  $F$  とするとき、 $\frac{FB}{AF}$  の値を求めよ。

**4** 等差数列  $\{a_n\}$  は、数列  $\{b_n\}$  の階差数列であるとする。数列  $\{a_n\}$  の初項から第 15 項までの和が 375 であり、第 22 項から第 26 項までの和が 285 である。数列  $\{b_n\}$  の初項が  $b_1 = 5$  であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数列  $\{a_n\}$  の初項と公差を求めよ。
- (2) 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  の第 11 項から第 100 項までの和を求めよ。

**5** 自然数  $n$  に対して,  $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^{2n} x dx$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $a_1$  を求めよ。

(2)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^{2n} x}{\cos^2 x} dx$  を求めよ。

(3)  $a_{n+1}$  を  $a_n$  と  $n$  の式で表せ。

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

(5)  $1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^k}{2k+1}$  を求めよ。