

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、1 から 5 までの 5 問がある。出願時の申告に従って次の通り計 4 問を選択し、解答しなさい。

「数Ⅰ・Ⅱ・A・B・C」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は、1、2、3、4 の 4 問を解答すること。

「数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は、1、2、3、5 の 4 問を解答すること。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・Ⅱ・A・B・C	数学	<u>1</u> 、 <u>2</u> 、 <u>3</u> 、 <u>4</u>
数Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C	数学(Ⅲを含む)	<u>1</u> 、 <u>2</u> 、 <u>3</u> 、 <u>5</u>

3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお、「4 または 5」と印刷されている解答用紙については、選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 2つのベクトル $\vec{a} = (2, 4, -5)$ と $\vec{b} = (4, -7, 5)$ のなす角 θ を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

(2) $9^{x+1} + 3^{x+3} - 3 = 3^x$ を満たす実数 x を求めよ。

(3) 9枚のカードに1から9までの数が1枚につき1つずつ書かれている。この9枚のカードの中から同時に4枚のカードを取り出すとき、取り出した4枚のカードに書かれている4つの数の積が3の倍数になる確率を求めよ。

2 $\triangle ABC$ の辺 AB を $5 : 6$ に内分する点を P , 辺 BC を $9 : 5$ に内分する点を Q とし, 線分 PC と線分 AQ の交点を R , 直線 BR と辺 AC の交点を S とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $AS : SC$ を求めよ。

(2) $BR : RS$ を求めよ。

(3) $\triangle ABC$ の外接円と直線 BR の交点のうち, 点 B ではない方を T とする。

$AS = BR$ であるとき, $BS : ST$ を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ は公比 2 の等比数列であり,

$$\sum_{k=1}^6 b_k = 252, \quad a_3 = 7 a_1$$

である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 自然数 n に対し、 b_n を n で表せ。

(2) 自然数 n に対し、 a_n を n で表せ。

次の2問[4]、[5]のうちから、表紙の注意事項2. に指示されているように出願時の申告に従って次の通り1問を選択し、解答せよ。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	[4]
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	[5]

4 3次関数 $f(x)$ が $x=0$ で極大値2、 $x=2$ で極小値 -2 をとるとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) 点 $(0, 2)$ を通り、点 $(0, 2)$ とは異なる点で曲線 $y=f(x)$ に接する直線を ℓ とすると、 ℓ の方程式を求めよ。さらに、その直線 ℓ と曲線 $y=f(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

5 $f(t) = \cos t - \frac{2}{3} \cos^3 t$ 、 $g(t) = \sin t - \frac{2}{3} \sin^3 t$ とすると、次の問いに答えよ。

(1) 導関数 $f'(t)$ および $g'(t)$ をそれぞれ求めよ。

(2) $\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2 = \cos^2 2t$ であることを示せ。

(3) $x=f(t)$ 、 $y=g(t)$ $\left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$ と媒介変数表示された曲線の長さを求めよ。