

数 学

学 科(クラス)	配 点
理工学科(化学クラス)	50 点
理工学科(数理・物理クラス, 材料科学クラス, 電気電子・情報通信クラス, 機械知能航空クラス, 社会基盤・環境工学クラス, データサイエンス応用オープンクラス)	300 点
理工学科(情報系クラス)	400 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **5** までの計 5 問です。**1** から **5** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は、**1** から **5** までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は、計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は、紙面の中央に印刷された縦線によって、左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は、まず用紙の左側の部分に書き、それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後、問題冊子、解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) $\tan \theta = 4$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ のとき, $\sin 2\theta$ と $\cos 2\theta$ の値を求めよ。

(2) $x > 0$, $x \neq 1$ のとき, 次の方程式を満たす実数をすべて求めよ。

$$\log_x 4 + \log_4 x = \frac{5}{2}$$

(3) $\alpha = -2 - i$, $\beta = 1 + 2i$, $\gamma = 1 - 3\sqrt{3} + (2 + 3\sqrt{3})i$ とする。複素数平面の3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について, $\angle CAB$ の大きさを求めよ。

2 16本のくじがあり、その賞金および本数は下の表のようになっている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) くじを同時に2本引いたとき、賞金の合計金額が75円になる確率を求めよ。
- (2) くじを同時に2本引いたとき、少なくとも1本が1等または2等または3等となる確率を求めよ。
- (3) a, bの2人がこの順に1本ずつくじを引くとき、bが1等を引く確率を求めよ。ただし、aが引いたくじはもとに戻さないものとする。
- (4) くじを1本引いてもとに戻す試行を3回繰り返すとき、賞金の合計金額が100円になる確率を求めよ。

	賞 金	本 数
1 等	100 円	1 本
2 等	50 円	2 本
3 等	25 円	4 本
はずれ	0 円	9 本

3 $\triangle ABC$ において $AB = 7$, $AC = 6$, $BC = 5$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\cos \angle BAC$ を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の内心を I とするとき、 $\overrightarrow{AI}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ で表せ。

(3) $\triangle ABC$ の外心を O とするとき、 $\overrightarrow{AO}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ で表せ。

4 関数 $f(x) = e^{-3x}(\cos x - 2 \sin x)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

5 底面の半径 $r_1 = 8$ ，高さ $h_1 = 1$ の円柱 C_1 を出発点とし，自然数 n に対して，以下のように円柱の列 $C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ を定める。

(a) 円柱 C_{n+1} は，円柱 C_n の上に積む。

(b) 円柱 C_{n+1} の底面の半径は，円柱 C_n の底面の半径の $\frac{1}{2}$ 倍である。

(c) 円柱 C_n の高さ h_n は， $h_n = n$ とする。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) 円柱 C_n の半径を r_n とするとき， r_n を n を用いて表せ。

(2) 円柱 C_n の体積を V_n とするとき， V_n を n を用いて表せ。

(3) $V = \sum_{n=1}^{\infty} V_n$ を求めよ。ただし， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{4^n} = 0$ であることを用いてもよい。