

# 数 学

300点

9時00分～10時30分(90分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計4問です。**1** から **4** のすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は4枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子及び解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

**1** 次の問いに答えよ。

- (1) 実数  $x$  が  $2 \leq |x| \leq 3$  を満たして動くとき、2次関数  $y = 2x^2 + 3x - 2$  の最小値と最大値をそれぞれ求めよ。
- (2) 2つのベクトル  $\vec{a} = (3, 7)$ ,  $\vec{b} = (2, -5)$  のなす角  $\theta$  を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。
- (3)  $m^2 + 155 = n^2$  を満たす自然数  $m, n$  の組をすべて求めよ。

2 100 円硬貨 5 枚と 50 円硬貨 3 枚の合わせて 8 枚の硬貨を同時に投げるとき、次の問いに答えよ。ただし、どの硬貨も表と裏が出る確率はいずれも  $\frac{1}{2}$  であるものとする。

- (1) 表が出た硬貨の合計金額が 400 円となる確率を求めよ。
- (2) 表が出た硬貨の合計金額が 600 円未満である確率を求めよ。
- (3) 表が出た硬貨の合計金額が 400 円であったとき、表が出た 50 円硬貨が少なくとも 1 枚ある条件付き確率を求めよ。

**3** 数列  $\{a_n\}$  が,

$$a_1 = 31, \quad a_{n+1} = \frac{(n+3)a_n - 28}{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定義されるとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $a_2, a_3, a_4$  の値を求めよ。
- (2) (1) の結果から一般項  $a_n$  を推測し, それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。
- (3)  $\sum_{n=1}^{40} a_n$  の値を求めよ。

4 曲線  $y = x^3 - x$  を  $C$  とし、 $C$  上の点  $(a, a^3 - a)$  における  $C$  の接線を  $l$  とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$  とする。

- (1) 接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  と接線  $l$  は、接点と異なる点で交わるが、この交点の  $x$  座標を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  と接線  $l$  で囲まれた図形の面積が 108 であるとき、 $a$  の値を求めよ。