

# 数 学

| 学 科(コース)  | 配 点   |
|---|-------|
| 化学・生命理工学科，物理・材料理工学科，<br>システム創成工学科(機械科学コース，社会基盤・環境コース) | 300 点 |
| システム創成工学科(電気電子通信コース，知能・メディア情報コース)                     | 400 点 |

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，**1** から **5** までの計 5 問です。**1** から **5** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は，**1** から **5** までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は，計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は，紙面の中央に印刷された縦線によって，左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は，まず用紙の左側の部分に書き，それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後，問題冊子，解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 以下の問いに答えよ。

(1) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_6(\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$$

(2) 直線  $y = mx$  と  $y = \frac{1}{m}x$  のなす角を  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とする。  $m > 1$  のとき、  $\tan \theta$  を  $m$  の式で表せ。さらに、  $\cos \theta$  を  $m$  の式で表せ。

(3)  $\log_{10} 3 = 0.477$  とし、不等式  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{8}} < \frac{1}{2700}$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。

(4) 2つの袋 A, B があり、A には赤球が 2 個と白球が 4 個、B には赤球が 1 個入っている。A から 2 個の球を取り出して B に入れるとき、B の中で赤球の数が白球の数より多くなる確率を求めよ。

2 楕円  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  の上に点  $P(a, b)$  が存在し、 $a > 0$ 、 $b > 0$  とする。点  $P$  における接線を  $l$ 、法線を  $m$  とするとき、以下の問いに答えよ。

- 1) 接線  $l$  の傾きを求めよ。
- 2) 法線  $m$  の方程式を求めよ。
- 3)  $y$  軸、法線  $m$ 、直線  $y = b$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。面積  $S$  が最大となる点  $P(a, b)$  の座標と、そのときの  $S$  の値を求めよ。

**3**

初項から第4項までが、

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 6, \quad a_3 = 12, \quad a_4 = 20$$

で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。その階差数列 $\{b_n\}$ が等差数列であるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ。
- (4) 数列 $\{c_n\}$ の一般項が、設問(3)の $S_n$ を用いて $c_n = \frac{n+1}{S_n}$ と与えられるとき、数列 $\{c_n\}$ の第 $n$ 項までの和 $T_n$ を求めよ。

4 原点を  $O$  とする座標平面上で、曲線  $y = \sqrt{x}$  上を動く点を  $P$  とする。 $y$  軸上の点  $Q$  が  $OP = OQ$  を満たし、かつ、その  $y$  座標が正の値をとるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  として点  $Q$  の座標を  $t$  で表せ。
- (2) 線分  $PQ$  の中点  $M$  の軌跡の方程式を求めよ。
- (3)  $OP = PQ$  となるときの点  $P$  の座標を求めよ。

5 2つの正の定数を  $a, b$  とする。座標平面上に  $(\pm a, 0), (0, \pm b)$  を頂点とする楕円があり、その第1象限部分の曲線を  $C$  として、以下の問いに答えよ。

(1) この楕円の方程式を書け。また、楕円の  $y \geq 0$  の部分を表す方程式を  $y = f(x)$  の形で書け。

(2) 設問(1)の  $f(x)$  に関する定積分  $\int_0^{\frac{a}{2}} f(x) dx$  を求めよ。

(3) 頂点  $(a, 0), (0, b)$  を結ぶ直線と曲線  $C$  によって囲まれる領域を  $x$  軸の周りに1回転してできる回転体の体積を求めよ。